第30講　断熱変化を含む過程

1

[　　]にあてはまる最も適当なものを対応する解答群の中から一つずつ選べ。

1 [mol] の単原子分子理想気体からなる熱機関がある。以下の過程1～4で気体の状態をA→B→C→D→Aの順に変化させた。始めの状態Aでの気体の体積を V_0 [m^3]，圧力を P_0 [Pa]，温度を T_0 [K] とする。

（過程１）　圧力を P_0 [Pa] に保って，温度を T_1 [K] に上昇させると，体積は V_1 [m^3] になった。(状態B)

（過程２）　温度を一定に保って，気体を V_2 [m^3] に膨張させると，圧力は P_1 [Pa] になった。(状態C)

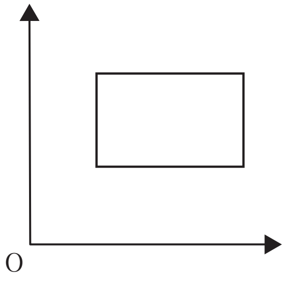
（過程３）　体積を一定に保って，温度を T_2 [K] まで低下させると，圧力は P_2 [Pa] になった。(状態D)

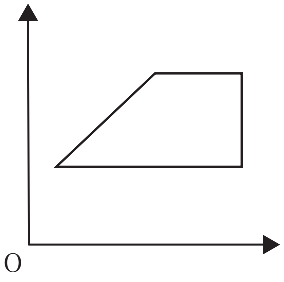
（過程４）　断熱圧縮すると最初の状態Aに戻った。

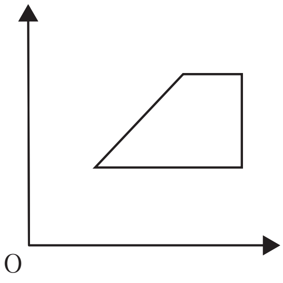
なお，断熱過程では圧力 P と体積 V の間に $PV^{\frac{5}{3}}=$ 一定の関係があるとする。

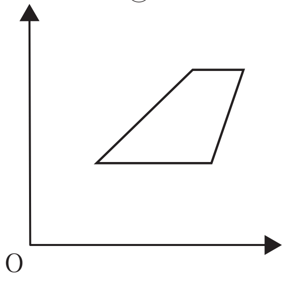
(1)　これらの過程での圧力 P と体積 V との関係を表すグラフは[ア]，絶対温度 T と体積 V との関係を表すグラフは[イ]である。ただし，いずれも横軸は体積 V である。

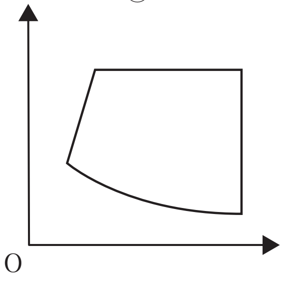
[ア]，[イ]の解答群

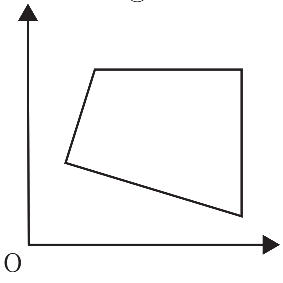
①


②


③


④


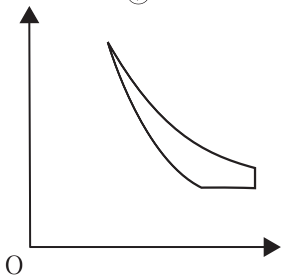
⑤


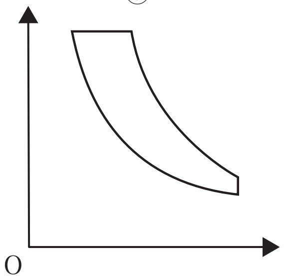
⑥


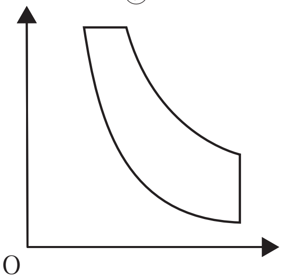
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑦


⑧


⑨


(2)　過程1で気体が吸収した熱量は［ウ］$\times P_0(V_1-V_0)$ [J]，気体が外部にした仕事は［エ］$\times P_0(V_1-V_0)$ [J] である。

また，過程3で気体が放出した熱量は［オ］$\times(P_1-P_2)V_2$ [J] である。

［ウ］～［オ］の解答群

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{7}{2}$　⑤ 1　⑥ 2

⑦ 3　⑧ $\frac{5}{3}$　⑨ $\frac{7}{5}$

(3)　T_1 は T_0 の2倍，T_2 は T_0 の$\frac{1}{4}$倍であったとすると，

$P_1=$［カ］$\times P_0$，$P_2=$［キ］$\times P_0$，$V_1=$［ク］$\times V_0$，$V_2=$［ケ］$\times V_0$

となる。

［カ］～［ケ］の解答群

① $\frac{1}{32}$　② $\frac{1}{16}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{2}$　⑥ 1

⑦ 2　⑧ 4　⑨ 8　⓪ 16

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

熱を通さないシリンダーと，熱を通さない断面積 S，質量 M のピストンがある。シリンダーとピストンの間から気体はもれず，ピストンはなめらかに動くものとする。シリンダー内部には圧力 p，温度 T の理想気体があり，ピストンはシリンダーの底面から高さ L で静止している（図１）。気体の定積モル比熱を C_V，重力加速度の大きさを g，気体定数を R，外気の大気圧は無視できるものとして，下の問に答えよ。

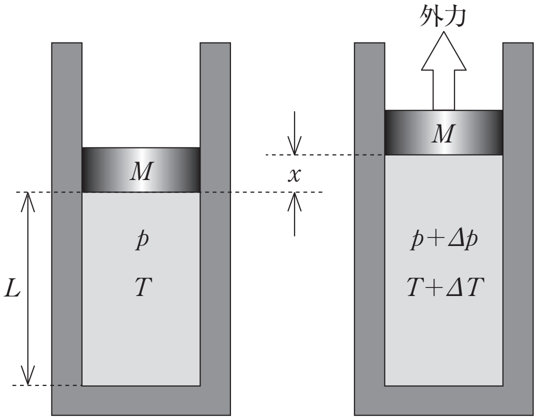


図１　　　　図２

(1)　図１のように，ピストンにはたらく重力と気体の圧力による力がつり合っているとき，シリンダー内部の気体の圧力 p はいくらか。正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。$p=$ [1]

①　Mg　　②　MgL　　③　MgS　　④　$\dfrac{Mg}{S}$　　⑤　$\dfrac{Mg}{L}$　　⑥　$\dfrac{Mg}{LS}$

(2)　ピストンが静止している状態から，ピストンに外力を加えてわずかな距離 x だけ持ち上げたところ（図２），理想気体の圧力と温度は，それぞれ，$p+\Delta p$，$T+\Delta T$ になった。状態方程式を用いると，圧力の変化の割合 $\dfrac{\Delta p}{p}$ と温度の変化の割合 $\dfrac{\Delta T}{T}$ の間には，$\dfrac{\Delta p}{p}=$ [2] の関係がある。[2] に入れるのに正しい式を，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，a，b が１に対してじゅうぶん小さいとき，$(1+a)(1+b)\fallingdotseq 1+a+b$ と近似してよい。

①　$\dfrac{\Delta T}{T}+\dfrac{x}{L}$　　②　$\dfrac{\Delta T}{T}-\dfrac{x}{L}$　　③　$\dfrac{\Delta T}{T}+\dfrac{xL}{S}$　　④　$\dfrac{\Delta T}{T}-\dfrac{xL}{S}$

⑤　$-\dfrac{\Delta T}{T}+\dfrac{x}{L}$　　⑥　$-\dfrac{\Delta T}{T}-\dfrac{x}{L}$　　⑦　$-\dfrac{\Delta T}{T}+\dfrac{xL}{S}$　　⑧　$-\dfrac{\Delta T}{T}-\dfrac{xL}{S}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　熱の出入りはないので，ピストンを x だけ持ち上げると気体は断熱変化する。このとき温度変化の割合 $\dfrac{\Delta T}{T}$ はどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。$\dfrac{\Delta T}{T}=$ [3]

① $-\dfrac{R}{C_V L}x$　② $\dfrac{R}{C_V L}x$　③ $-\dfrac{C_V}{RL}x$　④ $\dfrac{C_V}{RL}x$

⑤ $-\dfrac{R}{(C_V+R)L}x$　⑥ $\dfrac{R}{(C_V+R)L}x$　⑦ $-\dfrac{C_V+R}{RL}x$　⑧ $\dfrac{C_V+R}{RL}x$

(4)　このときピストンに加えている鉛直方向の外力の大きさはいくらか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。[4]

① $\dfrac{RMg}{C_V L}x$　② $\dfrac{RMgL}{C_V S}x$　③ $\dfrac{C_V Mg}{RL}x$　④ $\dfrac{C_V MgL}{RS}x$

⑤ $\dfrac{C_V Mg}{(C_V+R)L}x$　⑥ $\dfrac{C_V MgL}{(C_V+R)S}x$　⑦ $\dfrac{(C_V+R)Mg}{C_V L}x$　⑧ $\dfrac{(C_V+R)MgL}{C_V S}x$

(5)　ピストンに加えていた外力を取り去れば，ピストンは単振動を始める。このときの単振動の周期はいくらか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。[5]

① $2\pi\sqrt{\dfrac{C_V L}{gR}}$　② $2\pi\sqrt{\dfrac{C_V S}{gLR}}$　③ $2\pi\sqrt{\dfrac{RL}{gC_V}}$

④ $2\pi\sqrt{\dfrac{RS}{gC_V L}}$　⑤ $2\pi\sqrt{\dfrac{(C_V+R)L}{gC_V}}$　⑥ $2\pi\sqrt{\dfrac{(C_V+R)S}{gC_V L}}$

⑦ $2\pi\sqrt{\dfrac{C_V L}{g(C_V+R)}}$　⑧ $2\pi\sqrt{\dfrac{C_V S}{g(C_V+R)L}}$

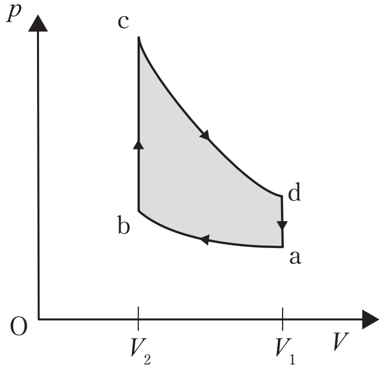
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

なめらかなピストンを備えた容器に１モルの理想気体を入れ，図のように状態を a→b→c→d→a と１サイクル変化させた。図の V と p はそれぞれ気体の体積と圧力である。a→b と c→d は断熱変化であり，b→c と d→a は定積変化である。状態 a，b，c，d における温度をそれぞれ T_{a}，T_{b}，T_{c}，T_{d} とし，状態 a，b における気体の体積をそれぞれ V_1，V_2 とする。断熱変化では $pV^{\gamma}=$一定$\left(\gamma=\dfrac{C_p}{C_V}\right)$が成立するものとする。ただし，$C_V$ は定積モル比熱，C_p は定圧モル比熱である。この熱機関について，熱効率 e を求めよ。答えの式は T_{a}，T_{b}，T_{c}，T_{d} を含まない形にせよ。ただし，導出過程においては T_{a}，T_{b}，T_{c}，T_{d} を用いてよい。



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

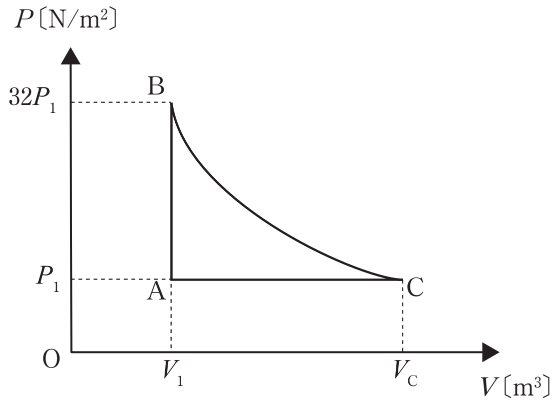
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第30講　確認テスト

以下の[1]～[8]にあてはまる答えを各解答群から1つ選びなさい。ただし，同じ番号の解答を繰りかえし選んでもよい。

次の図のように圧力 P_1 [N/m^2]，体積 V_1 [m^3] の状態Aにある1 molの単原子分子理想気体（以下気体とよぶ）の状態を，A→B→C→Aの順に変化させる。このときB→Cは断熱変化である。気体定数を R [J/mol·K] として，以下の問に答えよ。なお単原子分子理想気体の場合の比熱比は $\gamma=\dfrac{5}{3}$ である。また，必要であれば $8^{\frac{5}{3}}=32$ を用いよ。



状態Aの温度は，[1] $\times\dfrac{P_1V_1}{R}$ [K] である。

A→Bの過程は，定積変化である。この過程で気体に加えられた熱量は，[2] $\times P_1V_1$ [J] である。

B→Cの過程は断熱膨張である。断熱変化においては体積 V，温度 T，圧力 P の間に $PV^{\gamma}=$ 一定あるいは $TV^{\gamma-1}=$ 一定の関係があるので，状態Cの体積は[3] $\times V_1$ [m^3] で，温度は[4] $\times\dfrac{P_1V_1}{R}$ [K] である。この過程で気体が外部にした仕事は[5] $\times P_1V_1$ [J] である。

C→Aの過程は定圧変化である。この過程では，気体は外部から[6] $\times P_1V_1$ [J] の仕事をされるとともに外部に熱量[7] $\times P_1V_1$ [J] を放出する。

このA→B→C→Aのサイクルを熱機関と考えたときの熱効率は，[8]である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ～ 8 の解答群

(1) $\frac{35}{93}$	(2) $\frac{16}{31}$	(3) $\frac{58}{93}$	(4) $\frac{24}{31}$
(5) 1	(6) 2	(7) 3	(8) 7
(9) 8	(0) 9	(a) 18	(b) $\frac{35}{2}$
(c) $\frac{93}{4}$	(d) 24	(e) 31	(f) 32
(g) 36	(h) $\frac{93}{2}$	(i) 42	(j) 48

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第30講　解答

1

㈠　⑨　　㈡　⑤　　㈢　③　　㈣　⑤　　㈤　②

㈥　④　　㈦　①　　㈧　⑦　　㈨　⑨

2

(1)　④　　(2)　②　　(3)　①　　(4)　⑦　　(5)　⑦

3

$$e=1-\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 30 講　確認テスト

【解答】

1	(5)	2	(h)	3	(9)	4	(9)	5	(g)
6	(8)	7	(b)	8	(3)				

【解説】

各状態の状態方程式は，各状態での温度を T_{A}，T_{B}，T_{C} として，

$$\begin{cases} \mathrm{A}：P_1V_1=RT_{\mathrm{A}} & ――①\\ \mathrm{B}：32P_1V_1=RT_{\mathrm{B}} & ――②\\ \mathrm{C}：P_1V_{\mathrm{C}}=RT_{\mathrm{C}} & ――③ \end{cases}$$

まず，①より

$$T_{\mathrm{A}}=\mathbf{1}\times\frac{P_1V_1}{R}\ _1$$

A→Bで気体に加えられた熱量は①，②より $T_{\mathrm{A}}=\dfrac{P_1V_1}{R}$，$T_{\mathrm{B}}=\dfrac{32P_1V_1}{R}$ だから

$$Q_{\mathrm{AB}}=\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}})=\frac{\mathbf{93}}{\mathbf{2}}P_1V_1\ _2$$

B→Cについて，$PV^{\gamma}=$ 一定の関係を用いると，

$$32P_1\cdot V_1{}^{\gamma}=P_1\cdot V_{\mathrm{C}}{}^{\gamma}\qquad\therefore\quad V_{\mathrm{C}}=32^{\frac{1}{\gamma}}V_1=32^{\frac{3}{5}}V_1=\mathbf{8}V_1\ _3$$

また，③ ÷ ①より，

$$T_{\mathrm{C}}=\frac{V_{\mathrm{C}}}{V_1}T_{\mathrm{A}}=8T_{\mathrm{A}}=\mathbf{8}\times\frac{P_1V_1}{R}\ _4$$

B→Cで，気体が外部にした仕事は，熱力学第１法則より②と前問の結果から

$$W_{\mathrm{BC}}=-\mathit{\Delta}U_{\mathrm{BC}}=-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{C}}-T_{\mathrm{B}})=-\frac{3}{2}\times(-24)P_1V_1=\mathbf{36}P_1V_1\ _5$$

C→Aで，気体が外部にした仕事は

$$W_{\mathrm{CA}}=P_1(V_1-V_{\mathrm{C}})=-7P_1V_1$$

となるから，気体がされた仕事は

$$W_{\mathrm{CA}}'=-W_{\mathrm{CA}}=\mathbf{7}P_1V_1\ _6$$

このとき，気体が得た熱量 Q_{CA} は，熱力学第１法則より

$$Q_{\mathrm{CA}}=\mathit{\Delta}U_{\mathrm{CA}}+W_{\mathrm{CA}}=\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{C}})+W_{\mathrm{CA}}=\frac{-35}{2}P_1V_1$$

$\therefore\ \dfrac{\mathbf{35}}{\mathbf{2}}P_1V_1\ _7$ 放出する。

熱効率は

$$e=\frac{W_{\mathrm{BC}}+W_{\mathrm{CA}}}{Q_{\mathrm{AB}}}=\frac{36+(-7)}{\frac{93}{2}}=\frac{\mathbf{58}}{\mathbf{93}}\ _8$$